

OPERAÇÕES BOLEANAS SOBRE POLÍGONOS SIMPLES. Alexander Haroldo da Rocha, Marco Antônio Piteri. – Exatas – Ciência da Computação – Departamento de Matemática, Estatística e Computação – Faculdade de Ciências e Tecnologia – Campus de Presidente Prudente.

Uma das principais ferramentas utilizadas em diferentes áreas da engenharia (automobilística, aeronáutica, civil, mecânica, naval, etc) são os denominados sistemas de **CAD** (Computer Aided Design), cujo propósito fundamental é auxiliar no desenvolvimento dos mais variados tipos de projetos.

Entre as etapas iniciais deste processo estão a edição e representação de objetos físicos (manufaturáveis) do mundo real associados às respectivas áreas e um dos principais paradigmas relacionados à criação de objetos tridimensionais está baseado no uso de operações booleanas sobre primitivas poliedrais. Assim, de forma muito intuitiva e a partir de um conjunto simples de objetos primitivos (cubos, cilindros, esferas, cones, etc), podemos combiná-los através de operações globais de intersecção, união e diferença, gerando objetos cada vez mais complexos. Este recurso é extremamente poderoso e está presente no núcleo de qualquer sistema de **CAD** e é referenciado na literatura por **CSG** (Constructive Solid Geometry).

Considerando os diferentes níveis de complexidade deste problema em \mathbb{R}^3 , optamos num primeiro momento por estudá-lo no espaço euclidiano de dimensão 2. Nesse sentido, o propósito deste trabalho é apresentar os resultados obtidos a partir dos estudos realizados sobre operações booleanas de polígonos simples no plano. Para a consecução destes objetivos implementamos a técnica proposta por *Weiler-Atherton* que é capaz de trabalhar com polígonos simples arbitrários, inclusive com múltiplas componentes conexas (buracos). Dado a generalidade do algoritmo implementado, ele resolve ainda casos particulares de intersecção entre uma área retangular e um polígono arbitrário que é conhecido na literatura por *recorte de polígonos (clipping)*.

As operações booleanas básicas realizadas sobre polígonos simples orientados são a negação, intersecção, união, diferença e união exclusiva, a mais complexa delas. Embora estas operações sejam feitas sobre polígono simples (sem auto-intersecções), os resultados podem gerar polígonos que não sejam simples, mas que não tenham arestas que se interceptam. A Figura 1 ilustra ambas as situações.

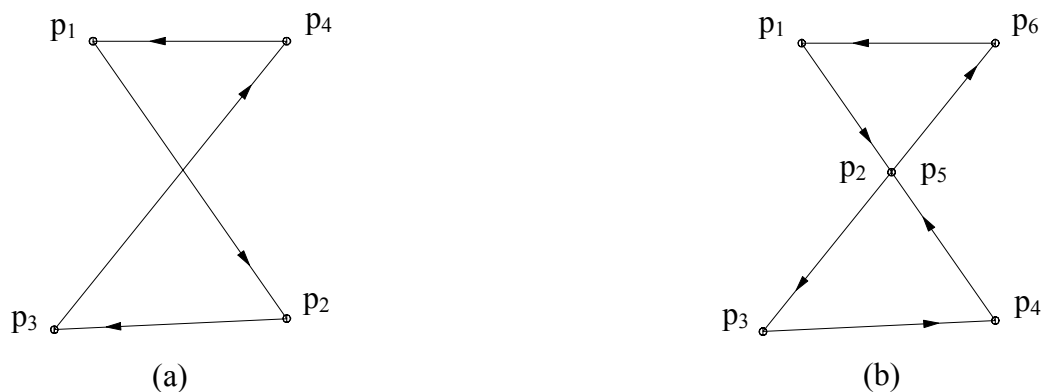


Figura 1: Exemplos de polígonos não simples. (a) polígono formado pelos vértices $p_1p_2p_3p_4$, onde há intersecção entre seus segmentos; (b) o polígono formado pelos pontos $p_1p_2p_3p_4p_5p_6$ possuem apenas vértices coincidentes.

Para facilitar a compreensão de como as operações booleanas funcionam e as idéias associadas ao princípio algorítmico de *Weiler-Atherton*, passamos a descrever alguns conceitos básicos.

Um polígono é definido por um conjunto finito de vértices, de modo que dois vértices consecutivos determinam uma aresta e sua orientação e por conseguinte, determinam a orientação do polígono no sentido horário ou anti-horário. Assim, um polígono induz no plano uma subdivisão em duas regiões, uma interior (incluindo sua fronteira) e uma exterior.

A operação de negação de um polígono é obtida simplesmente invertendo-se sua orientação. Deste modo, a área interior ao polígono será a porção infinita do plano, conforme ilustra a Figura 2.

A operação de intersecção entre dois polígonos simples resulta num conjunto de pontos que pertençam simultaneamente a ambos os polígonos, como mostra a Figura 3.

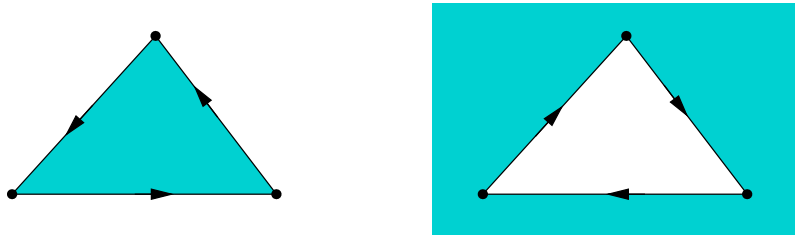


Figura 2: Operação de negação sobre um polígono. (a) polígono simples orientado no sentido anti-horário; (b) negação do polígono dado em (a).

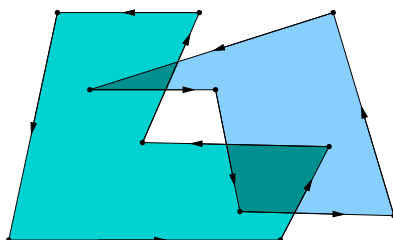


Figura 3: Intersecção entre dois polígonos simples. A região mais escura é a região de intersecção. Observem que o polígono resultante é composto por duas componentes separadas.

Por outro lado, a união entre dois polígonos simples está representada diagramaticamente através da Figura 4, enquanto a diferença entre polígonos é ilustrada pela Figura 5, onde se pode observar visualmente que a operação de diferença não é comutativa. A Figura 6 mostra a união exclusiva entre dois polígonos. Observem que ela é semelhante à união, ver Figura 4, mas não contém as regiões comuns a ambos os polígonos (intersecção).

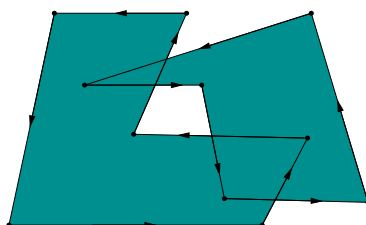


Figura 4: União entre dois polígonos simples. A região escura é relativa à região de união.

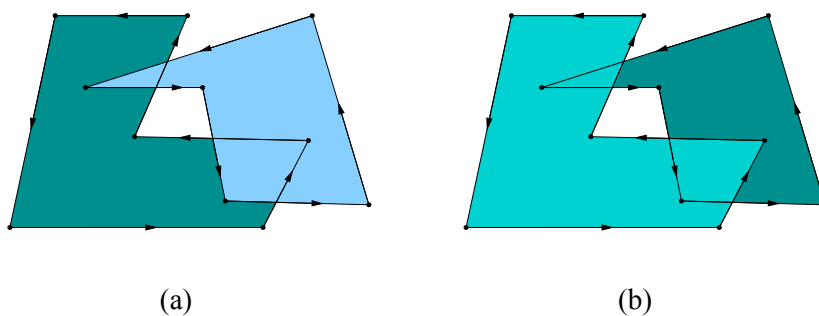


Figura 5: Operação de diferença entre polígonos simples, sendo A o polígono da esquerda e a região mais escura representando a respectiva diferença. (a) $A - B$; (b), $B - A$.

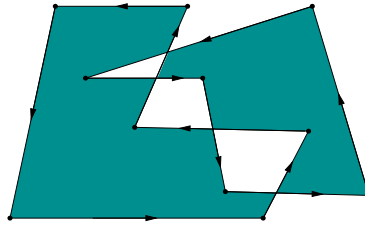


Figura 6: União exclusiva entre dois polígonos

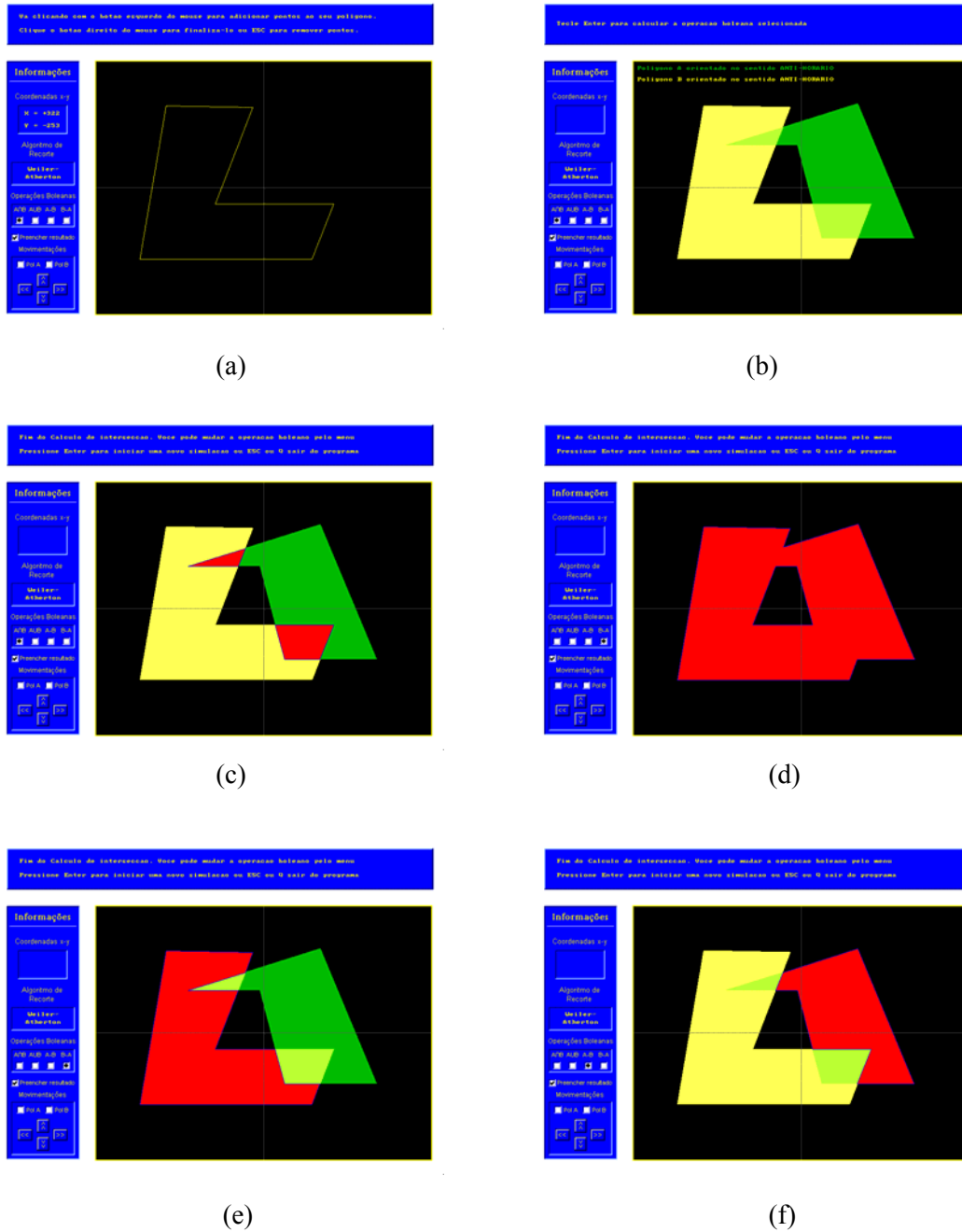


Figura 6: Visão geral do sistema elaborado e de sua interface. (a) polígono A desenhado; (b) ambos os polígonos já desenhados com a opção de preenchimento e visualização em vermelho dos resultados das operações de: (c) intersecção; (d) união; (e) e (f) diferença entre A e B, e, B e A, respectivamente.

Conforme pode ser observado nas Figuras de 2 a 5, as operações booleanas de união, união exclusiva e diferença podem ser obtidas indiretamente através do uso das operações de intersecção e da negação, que são as únicas que necessitam de fato ser implementadas. Isto pode ser ainda corroborado com o auxílio da teoria dos conjuntos e por meio das leis de De Morgan. Se denotarmos a negação de um polígono A por $\sim A$ e a intersecção entre dois polígonos A e B por $A \cap B$, a operação de união AUB pode ser obtida através da relação $\sim(\sim A \cap \sim B)$, enquanto a diferença A-B é obtida por meio de $A \cap \sim B$ e a união exclusiva, simplesmente por meio de $(A-B) \cup (B-A)$.

O trabalho foi elaborado no ambiente de programação *DevC++* e toda parte gráfica relativa a componente de interface e de visualização dos resultados foi feita usando-se a biblioteca gráfica *allegro*. A Figura 6 dá uma idéia geral da interface e mostra os resultados de algumas operações entre dois polígonos simples arbitrários.

Os resultados já obtidos abrem perspectiva para o desenvolvimento de um editor de geometria planares baseados no paradigma de **CSG**. Além de operações globais sobre polígonos arbitrários, operações locais sobre vértices e arestas também poderão ser acrescentadas a este editor, potencializando-o ainda mais. Este trabalho pode ser visto como o primeiro resultado de um projeto de iniciação científica financiado pela **FUNDACTE**, a quem agradecemos o apoio.

Referencias Bibliográficas

BERG, M.; KREVELD, M. V.; OVERMARS, M.; SCHWARZKOPF, O. **Computational geometry: algorithms and applications**. Berlin: Springer-Verlag, 1997. 365p.

O'ROURKE, J. **Computational geometry in C**. 2 ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1994. 376p.

PREPARATA, F. P.; SHAMOS, M. I. **Computational geometry: an Introduction**, 2 ed. New York: Springer-Verlag, 1988. 398p.

REQUICHA, A. A. G.; VOELCKER, H. B. Boolean operations in solid modeling: boundary evaluation and merging algorithms. **Proceedings of the IEEE**, New York, v. 73, n. 1, p. 30-44, jan. 1985.

SCHNEIDER, P. J.; EBERLY, D. H. **Geometric tools for computer graphics**, Amsterdam: Morgan Kaufmann Publishers, 2003, 1009p.

SECHREST, S.; GREENBERG, D. A visible polygon reconstruction algorithm. **ACM Transaction on Graphics**, New York, v. 1, n. 1, p. 25-42, jan. 1982.

WEILER, K.; ATHERTON, P. Hidden-surface removal using polygon area sorting. **Computers Graphics**, v. 11, n. 2, p. 214-222, 1977.

WEILER, K. Polygon comparison using a graph representations. **Computers Graphics**, v. 14, n. 3, p. 10-18, 1980.

Bolsa: FUNDACTE